

Parallelismi e analogie fra italiano e matematica:
suggerimenti e proposte di segmenti curriculari e di
brevi percorsi di apprendimento.

MATEMATICA

I macroprocessi (Qdr INVALSI)

- *formalizzare*
- *applicare*
- *interpretare*

Costruzione di un test in matematica

Il test di un problema

- Analisi del testo ed enucleazione della sua struttura
- Traduzione in termini simbolici della sua struttura
- Ri-costruzione di uno o più testi (variando i contesti) che abbiano la stessa struttura

Le varie attività di uno studente di fronte ad un problema di matematica

- Analizzare e comprendere il testo
- Individuare dati noti e incogniti
- Individuare ed esplicitare delle relazioni tra questi dati
- Formalizzare tali relazioni
- Mettere in corrispondenza connettivi della lingua ed aspetti della procedura formalizzata (che potrebbe essere un'equazione, o un sistema di equazioni,...)
- Ricostruire un testo che spieghi la procedura evidenziata (verbalizzazione della procedura)
- Dalla soluzione dell'equazione ritornare al problema e al contesto
- Interpretare le soluzioni trovate ed eventualmente discutere la loro validità nel contesto
- Argomentare per sostenere la validità della procedura utilizzata
- Costruire testi di problemi analoghi strutturalmente
-

Un problema - XVIII Rally Matematico Transalpino (www.armtint.org)

Zio Francesco possiede un prato che confina con il campo di un vicino; un'antica recinzione rettilinea separa le due proprietà. Per sperimentare una nuova semina, zio Francesco vuole riservare nel suo prato una zona rettangolare di 32 m^2 confinante con la proprietà del vicino.

Per evitare che i suoi animali, che si spostano liberamente per il prato, vadano a calpestare la nuova piantagione, vuole sistemare una rete metallica che formi gli altri tre lati della zona rettangolare da riservare. Egli dispone di una rete lunga 20 m che vuole utilizzare tutta.

- **Quali saranno le misure dei lati della zona rettangolare da riservare?**
- Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

UN PROBLEMA "RICCO"

Il problema di Zio Francesco, particolarmente ricco di spunti didattici, è stato elaborato dal gruppo di ricerca internazionale del Rally Matematico Transalpino, e ne sono stati analizzati i risultati su studenti di scuola secondaria di primo grado e biennio della scuola secondaria di secondo. Si presta a varie attività e approfondimenti.

Appropriarsi del testo, rappresentarlo, parafrasarlo...

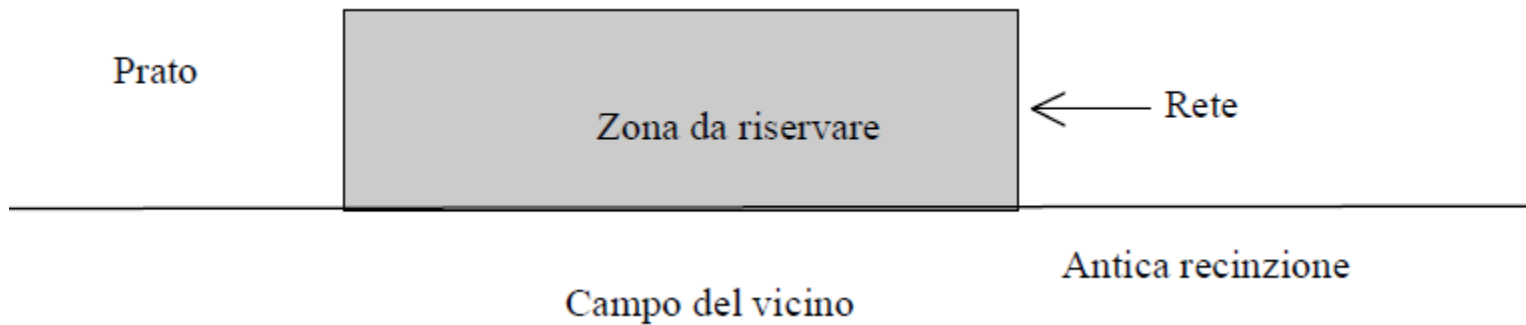
- Il testo si presta a più rappresentazioni, di cui le più importanti sono:
- quella figurale
- quella simbolica

Lo studente ha il compito di rappresentare la situazione con una figura geometrica, appropriarsi del problema, individuare dati e relazioni tra questi...

La metodologia di lavoro

I problemi di questo tipo, che sono “ricchi” dal punto di vista della matematica e della didattica, sono inscindibili dalla proposta di una **metodologia di lavoro attiva** e anche dall'utilizzo delle nuove tecnologie. Il contributo alle prestazioni richieste viene dato dall'interazione sociale tra pari, dalla discussione prima nel gruppo e poi di classe, dalla responsabilizzazione degli studenti all'interno del gruppo, dall'attenzione alla metacognizione,...

La "figura"



Successivamente...

L'interpretazione del testo consiste nella scelta di incognite e nella costruzione di equazioni (messa in formula)

L'interpretazione

Riconoscimento di variabili e costanti:

i lati del recinto possono variare mentre restano costanti l'area del rettangolo e la lunghezza della recinzione.

Formalizzazione:

traduzione in equazioni delle relazioni tra le variabili.

Ad esempio, se si indica con x la lunghezza del lato del rettangolo parallelo alla vecchia recinzione (base) e con y quello perpendicolare (altezza), si ottengono le equazioni:

$$xy = 32 \quad \text{e} \quad x + 2y = 20$$

Diverse competenze matematiche per la risoluzione, a diversi livelli scolari

Una risoluzione “ingenua”

- Operare per tentativi:

i tentativi possono essere effettuati fissando il valore di una variabile, ricavando quello dell'altra variabile da una delle due equazioni e utilizzando la seconda relazione per verificare che abbia le stesse soluzioni.

N.B. I valori numerici possono essere scelti in modo tale da ottenere soluzioni intere, o anche irrazionali, nel caso in cui si voglia forzare gli studenti del biennio a tralasciare questa strategia

Oppure: il ruolo del connettivo “e”

Riconoscere che le due equazioni devono avere le stesse soluzioni, quindi che si tratta di un sistema di due equazioni in due incognite.

$$\begin{cases} xy = 32 \\ x + 2y = 20 \end{cases}$$

Risolvendolo per sostituzione si ottiene l'equazione

$$x^2 - 20x + 64 = 0$$

Diverse competenze matematiche per la risoluzione dell'equazione

La risoluzione di questa equazione può avvenire:

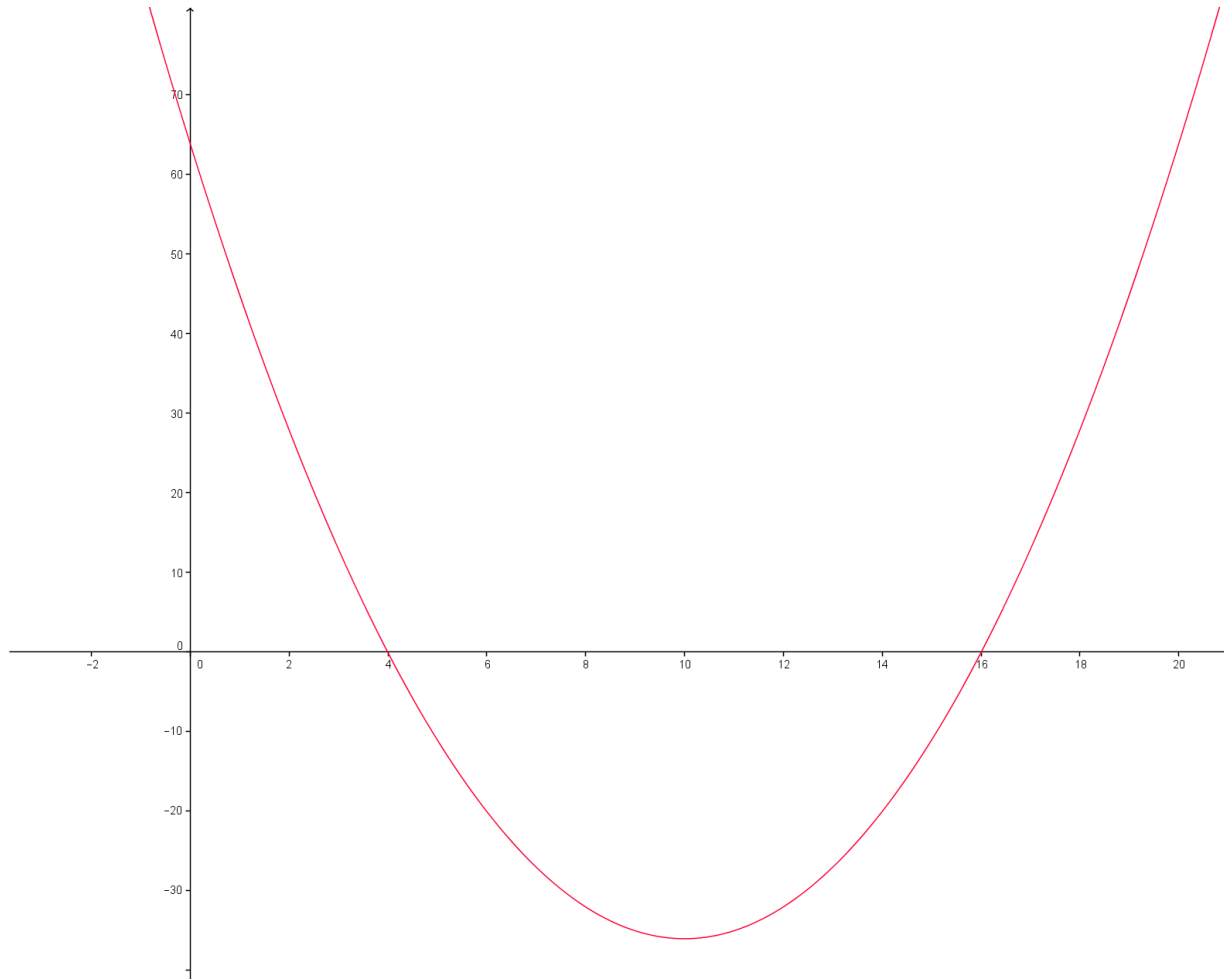
- mediante la formula risolutiva
- oppure scomponendo il trinomio

$$y = x^2 - 20x + 64$$

nel prodotto $(x-4)(x-16)$ e ricavando quindi gli **zeri** del polinomio,

oppure.....

Oppure, l'equazione di secondo grado si può interpretare come una parabola e risolvere graficamente

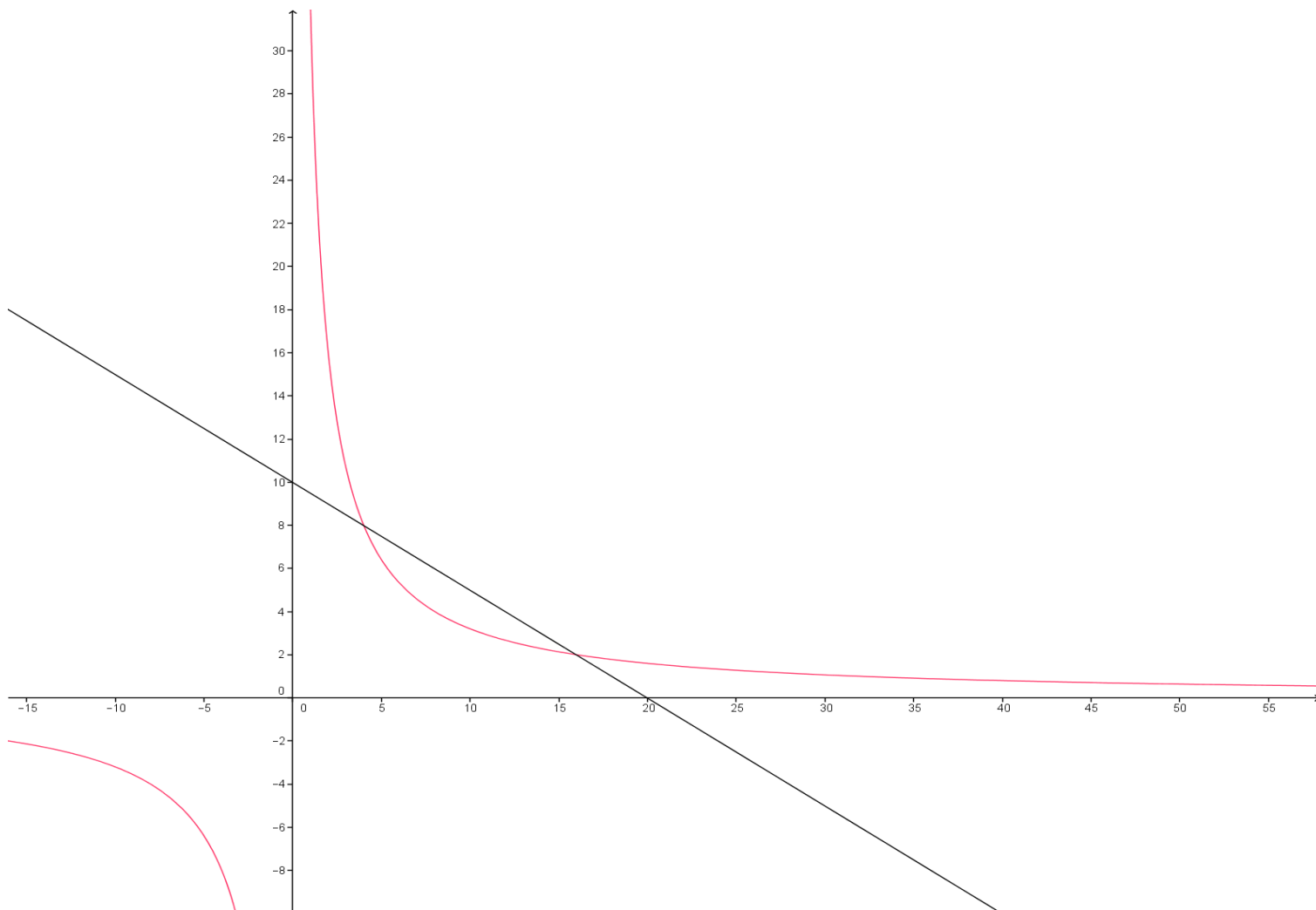


oppure

Si può riguardare sempre graficamente il sistema:

$$\begin{cases} xy = 32 \\ x + 2y = 20 \end{cases}$$

e riconoscere che le soluzioni saranno le intersezioni tra retta e iperbole



E se si modificasse l'equazione:

$$x+2y = 20$$

in $2x+2y = 20$

Che cosa diventerebbe il testo del problema?

Oppure....

E se la situazione fosse la seguente:

Zio Francesco possiede un prato che confina con il campo di un vicino; un'antica recinzione rettilinea separa le due proprietà. Per sperimentare una nuova semina, zio Francesco vuole riservare nel suo prato una zona rettangolare di 36 m^2 confinante con la proprietà del vicino.

Per evitare che i suoi animali, che si spostano liberamente per il prato, vadano a calpestare la nuova piantagione, vuole sistemare una rete metallica intorno ai quattro lati della zona rettangolare da riservare. Egli dispone di una rete lunga 20 m che vuole utilizzare tutta.

Come si trasformerebbero le equazioni?

$$xy=32$$

e

$$2x+2y=20$$

e la conseguente risoluzione?
(Sistema simmetrico)

E se partissimo dalle equazioni?

Costruire il testo di almeno due problemi che si possano tradurre nel sistema:

$$\begin{cases} xy = 32 \\ x + 2y = 20 \end{cases}$$

Dunque, la costruzione di un testo in Matematica:

vuol dire:

- scomporre il testo e analizzarlo
- formalizzarlo
- trasformarlo
- “tradurlo” da un linguaggio ad un altro
- parafrasarlo
- Riformularlo
- Reinventarlo
-

Dal testo “Grammatica nuova” (D.Notarbartolo, G.Graffigna, Ed. Bulgarini)

- **Scrivere** è *scegliere*
(selezionare idee, materiali per strutturare un testo)
 - **Scrivere** è *dare ordine al disordine*
(dare una struttura logica alle idee, ai concetti, alle informazioni)
 - **Scrivere** è *riscrivere*
(rielaborare testi, parafrasare, tradurre, interpretare,...)
 - **Scrivere** è
-

Analogie tra Italiano e Matematica

Quali analogie tra attività di questo tipo, in forma collaborativa, e:

- Modificare / inventare l'avvio, il finale di un racconto (rispettando le caratteristiche del genere letterario, la struttura del testo, particolari ed elementi chiave)?
- Modificare un testo a partire dal modificarsi un dato evento?

L'argomentazione

Fa da sfondo a tutte queste attività logico-linguistiche in matematica l'***argomentazione***.

" ...Con il termine **argomentazione** si intende la presentazione di varie tesi e la loro verifica o confutazione con semplici ragionamenti, con esempi immediati o con prove sperimentali. ..."
(Marchini, 1992)

Argomentare - dimostrare

- La dimostrazione è una forma di argomentazione?
- C'è distanza tra le due attività, ma ***argomentare prepara a dimostrare?***

Studi autorevoli enfatizzano l'attività argomentativa come preparatoria all'attività dimostrativa

Argomentare - dimostrare

Il testo *argomentativo*:

- Può essere strutturato con un ordine arbitrario per esporre *tesi* e *antitesi*
- È più vicino alla lingua naturale (*metalinguaggio*) e per questo può essere utilizzato da studenti che non dominano ancora un linguaggio formalizzato
- Aiuta a cogliere nessi logici e inferenze

Il testo *dimostrativo*:

- è rigidamente strutturato:
- le premesse precedono le conseguenze, che a loro volta possono diventare nuove premesse
- utilizza le regole logiche per l'inferenza
- prevede che ci sia una assiomatica di riferimento

L'argomentazione

Quando gli allievi argomentano?

- quando verbalizzano una procedura
 - quando giustificano un'affermazione
 - quando fanno il bilancio di una verifica su esempi
 - quando interagiscono nella discussione di classe e nel gruppo dei pari per convincere, confutare, ecc.
-